اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

120 دقيقة

التمرين الأول

نعتبر كثير الحدود P حيث : $P(x)=x^3-8x^2+21x-18$

❶ بين أن العدد 2 جذر لـ $P(x)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x)=0$.

❷ ادرس اشارة $P(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة : $(x-1)P(x)\leqslant 0$.

❸ نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول الحقيقي x : $x^2-(\sqrt{3}-1)x-2\sqrt{3}=0\cdots\cdots(E)$

◄ بدون حساب x' و x'' حلي المعادلة (E) بين أن : $x'^2+x'.x''+x''^2=4$.

التمرين الثاني

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام : 0 ، 1 ، 2 و كريتين سوداوين تحملان الرقمين : 1 ، 2 جميع الكريات لا يمكن التمييز بينها في اللمس ، نسحب عشوائيا كريتين على التوالي دون إرجاع الكرة المسحوبة إلى الكيس.

Ⅰ ❶ شكل جدول الإمكانيات الموافق لهذه التجربة ثم حدد عدد عناصر المجموعة الشاملة Ω.

❷ احسب احتمال الحوادث الآتية :

◄ A: "الحصول على كريتين تحملان نفس اللون".

◄ B: "الحصول على كرية بيضاء على الأقل".

◄ C: "الحصول على كريتين مجموع رقميهما زوجي".

❸ احسب $P(A\cap C)$ ثم استنتج أن : $P(A\cup C)=\frac{7}{10}$.

Ⅱ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة.

❶ عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله.

❷ احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ ثم بين أن الانحراف المعياري : $\sigma(x)=\frac{3}{5}$.

التمرين الثالث

Ⅰ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\frac{x^2+3}{x^2+x+2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

❶ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{x^2-2x-3}{(x^2+x+2)^2}$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f.

❷ شكل جدول تغيرات الدالة f.

❸ احسب : $\lim\limits_{h\to 0}\frac{2f(h)-3}{2h}$.

❹ اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

❺ احسب $f(-2)$ ، $f(1)$ ثم ارسم (T) و (C_f) على المجال $[-3,4]$.

Ⅱ لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=\frac{x^2-2x+4}{x^2-x+2}$ و ليكن (C_g) تمثيلها البياني.

❶ تحق $g(x)=f(x \quad 1) \quad \mathbb{R} \quad x$

❷

Lycée M Khmisst
Prof : Forloul . A

إجابة مختصرة

التمرين الأول

❶ $P(2)=(2)^3-8(2)^2+21(2)-18=0$ ومنه العدد 2 جذر لـ $P(x)$.

◄ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$: نستعمل طريقة هورنر :

	1	−8	21	−18
2		2	−12	18
	1	−6	9	0

نجد : $P(x)=(x-2)(x^2-6x+9)$

لدينا : $P(x)=0$ يكافئ $x-1=0$ أي $\boxed{x=1}$ أو $x^2-6x+9=0$ أي $\boxed{x=3}$ اذن مجموعة حلول المعادلة : $S=\{2,3\}$

❷ اشارة $(x-1)P(x)$:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$x-1$		−	0	+		+		+	
$x-2$		−		−	0	+		+	
x^2-6x+9		+		+		+	0	+	
$(x-1)P(x)$		+	0	−	0	+	0	+	

● اذن مجموعة حلول المتراجحة : $S=[1,2]$.

❸ لدينا : $a=1$ ، $b=-\left(\sqrt{3}-1\right)$ و $c=-2\sqrt{3}$ ، نعلم أن : $S=x'+x''=-\frac{b}{a}$ و $P=x'.x''=\frac{c}{a}$

$$x'^2+x'.x''+x''^2=(x'+x'')^2-(x'.x'')=\left(\sqrt{3}-1\right)^2+2\sqrt{3}=4$$

التمرين الثاني

Ⅰ ❶ عدد عناصر المجموعة الشاملة هو : 20

	B_0	B_1	B_2	N_1	N_2
B_0		B_0B_1	B_0B_2	B_0N_1	B_0N_2
B_1	B_1B_0		B_1B_2	B_1N_1	B_1N_2
B_2	B_2B_0	B_2B_1		B_1N_1	B_2N_2
N_1	N_1B_0	N_1B_1	N_1B_2		N_1N_2
N_2	N_2B_0	N_2B_1	N_2B_2	N_2N_1	

Lycée M Khmisst
Prof : Forloul . A

❷ $P(A)=\frac{8}{20}$ ، $P(B)=\frac{18}{20}$ ، $P(C)=\frac{8}{20}$

❸ $P(A\cap C)=\frac{2}{20}$ ، $P(A\cup C)=P(A)+P(C)-P(A\cap C)=\frac{8+8-2}{20}=\frac{7}{10}$

Ⅱ ❶ قيم المتغير العشوائي : $X=\{0,1,2\}$.

◄ قانون الاحتمال :

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{6}{20}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{2}{20}$

❷ الأمل الرياضياتي : $E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_iP_i=0\times\frac{6}{20}+1\times\frac{12}{20}+2\times\frac{2}{20}=\frac{4}{5}$.

◄ التباين : $V(X)=\sum_{i=1}^{3}x_i^2p_i-E(X)^2=0^2\times\frac{6}{20}+1^2\times\frac{12}{20}+2^2\times\frac{2}{20}-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

◄ الانحراف σ ——— $\frac{9}{}$ $\frac{3}{}$

التمرين الثالث

I ❶ حساب المشتقة : $f'(x)=\dfrac{2x\left(x^2+x+2\right)-(2x+1)\left(x^2+3\right)}{\left(x^2+x+2\right)^2}=\dfrac{x^2-2x-3}{\left(x^2+x+2\right)^2}$

◄ اتجاه تغير الدالة f : $f'(x)=0$ يكافئ : $x^2-2x-3=0$ أي $\boxed{x=-1}$ أو $\boxed{x=3}$.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
x^2-2x-3		$+$	0	$-$	0	$+$	
x^2+x+2		$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

• الدالة f متزايدة تماما على المجالين : $[3,+\infty[$ و $]-\infty,-1]$ و متناقصة تماما على المجال : $[-1,3]$.

❷ جدول تغيرات الدالة f :

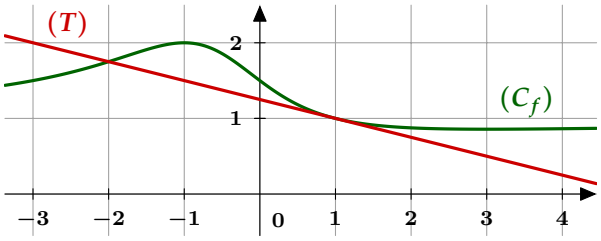
x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	$\dfrac{6}{7}$	↗	$+\infty$

❸ $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{2f(h)-3}{2h}=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{2\left[f(h)-\frac{3}{2}\right]}{2h}=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(h)-\frac{3}{2}}{h}=f'(0)=-\dfrac{3}{4}$.

❹ معادلة المماس (T) : $y=f'(1)(x-1)+f(1)=-\dfrac{1}{4}(x-1)+1$ ومنه : $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{5}{4}$.

❺ $f(-2)=\dfrac{7}{4}$ ، $f(1)=1$

♣ الرسم :



Lycée M Khmisst
Prof : Forloul . A

II ❶ $f(x-1)=\dfrac{(x-1)^2+3}{(x-1)^2+(x-1)+2}=\dfrac{x^2-2x+1+3}{x^2-2x+1+x-1+2}=\dfrac{x^2-2x+4}{x^2-x+2}=g(x)$

❷ يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه : $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$

