الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية البيض
المستـــــــــوى:2. ع. ت

ثانوية حميتو الحاج علي الشلالة
التاريـــــــــخ: 2023/03/06

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات **المدة: 2 ساعة**

التمرين الأول:(06ن)

A ، B و C ثلاث نقط من المستوي ليست في استقامية

1. أنشئ النقط E ، F و G حيث: E مرجح الجملة المثقلة $\{(B,3);(C,1)\}$ ، F معرفة كمايلي:
$\vec{AF}=\frac{1}{4}\vec{AC}$ و G منتصف القطعة $[AB]$
2. عين العددين الحقيقيين α و β حيث F مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(C,\beta)\}$
3. لتكن النقطة I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(B,3);(C,1)\}$
- بين أن النقط A ، I و E على استقامة واحدة
4. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق: $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=7\left\|\vec{MI}-\vec{MB}\right\|$
5. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق: $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=\frac{7}{4}\left\|3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|$

التمرين الثاني(06ن) :

يحتوي كيس على ثلاث كرات بيضاء مرقمة كمايلي 0، 1، 1 وثلاث كرات حمراء مرقمة بـ 1، 2، 2 وكرتين سوداوين مرقمتان 2، 0 كل الكريات متماثلة لا نفرق بينهم باللمس.

نسحب بصفة عشوائية كرتين على التوالي **دون إرجاع.**

1. شكل شجرة الاحتمالات:
أ- باعتبار اللون ب- باعتبار الرقم.
2. أحسب احتمال الأحداث التـالية:
A :" سحب كرتين من نفس اللون" B :" ظهور الرقم 1 مرة واحدة فقط"
C:"ظهور الرقم 2" D : الكرية المسحوبة ثانيا حمراء"
3. أحسب $P(A\cap B)$ ثـم استنتج $P\left(\overline{A\cup B}\right)$.
4. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل إمكانية للسحب مجموع الأرقام المسحوبة.
أ- عين قيم المتغير العشوائي X .
ب- عين قانون احتمال المتغير العشوائي ثم أحسب أمله الرياضياتي.
5. أحسب $P\left(\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-1}=0\right)$

التمرين الثالث (08ن):

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+3x+4$

1. أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة التعريف.
2. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أحسب $g(-1)$ ،ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{-x^3+2}{x^2+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2. أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{-xg(x)}{(x^2+1)^2}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجموعة تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=-x+\dfrac{x+2}{x^2+1}$.

ب- أثبت أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب تعيين معادلته.

ج- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين موازيين للمستقيم (Δ).

5. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

6. أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f).

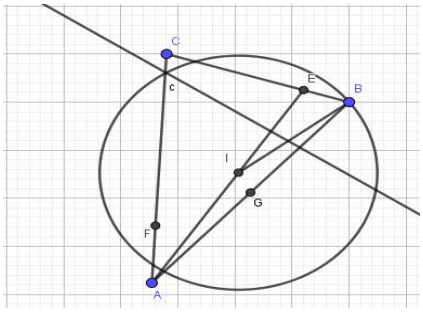
7. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=m$.

مع تمنيات أستاذتي المادة لكم بالتوفيق

الاجـــــابة	العلامة

التمرين الأول:

1. انشاء النقط E ، F و G



- $\vec{AF}=\frac{1}{4}\vec{AC}$ — 0.25:G
- G منتصف $[AB]$ — 0.5:E
- $\vec{BE}=\frac{1}{4}\vec{AC}$ — 0.25:F

2. عين العددين الحقيقيين α و β حيث F مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(C,\beta)\}$ — 0.5:I

لدينا: $\vec{AF}=\frac{1}{4}\vec{AC}$ ومنه : $4\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}$ ومنه: $\overrightarrow{AC}-4\overrightarrow{AF}=\vec{0}$ ومنه: $\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FC}-4\overrightarrow{AF}=\vec{0}$ — 0.25ن

ومنه: $3\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FC}=\vec{0}$ إذا: F مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(C,1)\}$ — 0.75+ن

3. تبيين أن النقط A ، I و E على استقامة واحدة

لدينا I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(B,3);(C,1)\}$ و E مرجح الجملة المثقلة $\{(B,3);(C,1)\}$

إذا حسب خاصية التجميع: I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(E,4)\}$ ومنه: $\overrightarrow{AI}=\frac{4}{7}\overrightarrow{AE}$ — 0.5ن

الشعاعان $\overrightarrow{AI}$ و $\overrightarrow{AE}$ مرتبطان خطيا وعليه النقط A ، I و E على استقامة واحدة — 0.5ن

4. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق: $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=7\left\|\vec{MI}-\vec{MB}\right\|$

لدينا: $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=7\left\|\vec{MI}-\vec{MB}\right\|$ ومنه: $\left\|7\vec{MI}\right\|=7\left\|\vec{MI}-\vec{MI}-\vec{IB}\right\|$

ومنه: $MI=IB$ إذا مجموعة النقط M هي الدائرة التي مركزها I ونصف قطرها IB — 0.75ن — 0.5ن للإنشاء

5. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق: $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=\frac{7}{4}\left\|3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|$

لدينا: $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=\frac{7}{4}\left\|3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|$ **ومنه:** $\left\|7\vec{MI}\right\|=\frac{7}{4}\left\|4\vec{ME}\right\|$ **ومنه:** $7MI=7ME$

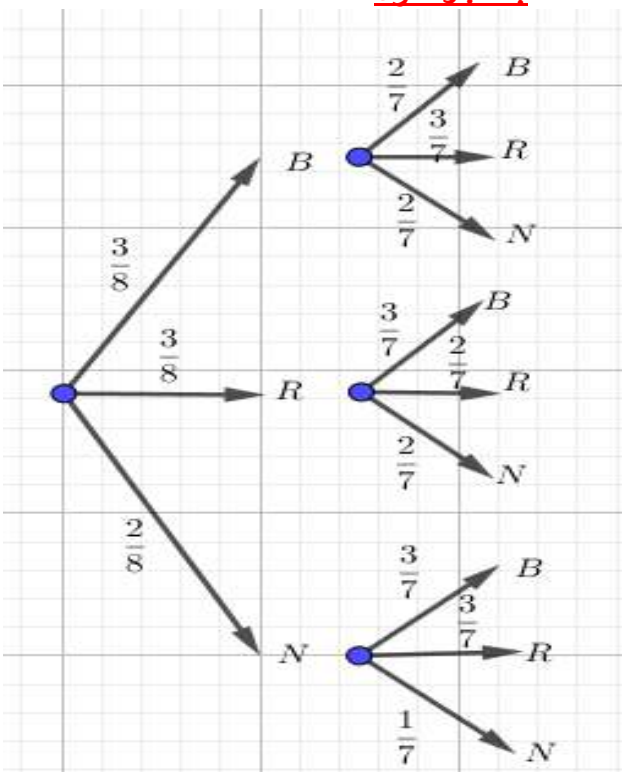
ومنه: $MI=ME$ — 0.75ن

إذا مجموعة النقط M هي محور القطة المستقيمة $[IE]$ — 0.5+ن للإنشاء

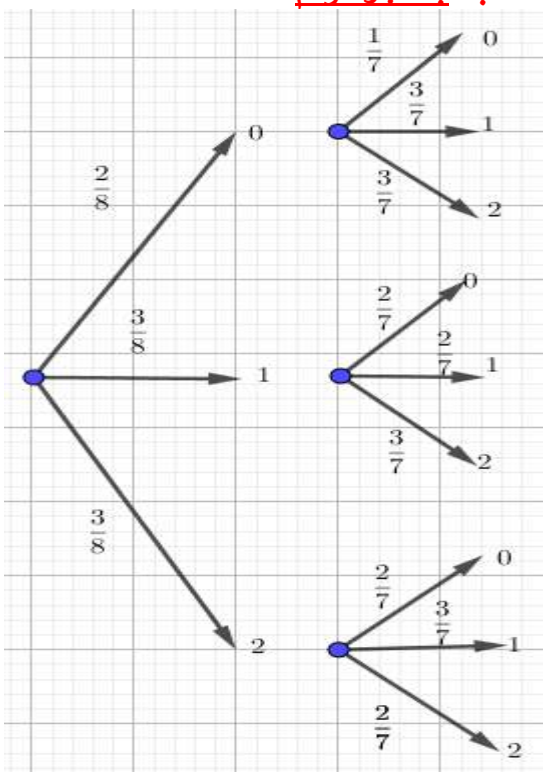
التمرين الثاني:

1. شجرة الاحتمالات:

أ- باعتبار اللون



ب- باعتبار الرقم



0.5ن
2 ×

2. حساب احتمال الأحداث التالية:

2×0.5

$$P(A)=\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{8}\times\frac{1}{7}=\frac{14}{56} \quad ، \quad P(B)=\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{30}{56}$$

2×0.5

$$P(C)=\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{36}{56} \quad ، \quad P(D)=\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{21}{56}$$

3. حساب $P(A\cap B)$ ثـم استنتاج $P\left(\overline{A\cup B}\right)$.

$A\cap B$: "سحب كرتين من نفس اللون وظهور الرقم 1 مرة واحدة"

0.5ن

$$A\cap B=\{B_0B_1;B_1B_0;R_1R_2;R_2R_1\} \quad ، \quad P(A\cap B)=\frac{1}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{8}\times\frac{1}{7}+\frac{1}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{7}\times\frac{1}{8}=\frac{8}{56}$$

لدينا: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ ومنه: $P(A\cup B)=\frac{14}{56}+\frac{30}{56}-\frac{8}{56}=\frac{36}{56}$

0.5ن

و لدينا: $P\left(\overline{A\cup B}\right)=1-P(A\cup B)$ ومنه: $P\left(\overline{A\cup B}\right)=1-\frac{36}{56}=\frac{20}{56}$

4. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل إمكانية للسحب مجموع الأرقام المسحوبة.

أ- عين قيم المتغير العشوائي X.

0.25ن

$$X=\{0;1;2;3;4\}$$

ت- تعيين قانون احتمال المتغير العشوائي وحساب أمله الرياضياتي.

0.25ن
4 ×

$P(X=0)=\frac{2}{8}\times\frac{1}{7}=\frac{2}{56}$ ، $P(X=1)=\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{12}{56}$ ،

$P(X=2)=\frac{2}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{18}{56}$ ، $P(X=3)=\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{18}{56}$ ،

إذا: $P(X=4)=\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{6}{56}$

x_i	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{56}$	$\frac{12}{56}$	$\frac{18}{56}$	$\frac{18}{56}$	$\frac{6}{56}$

0.25ن

$E(X)=0\times\frac{2}{56}+1\times\frac{12}{56}+2\times\frac{18}{56}+3\times\frac{18}{56}+4\times\frac{6}{56}=\frac{126}{56}$

5. أحسب $P\left(\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-1}=0\right)$

لدينا: $\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-1}=0$ تكافئ: و $\begin{cases}x^3-3x^2+2x=0\\x^2-1\neq 0\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}x(x^2-3x+2)=0\\x\neq 1;x\neq -1\end{cases}$

0.25ن

ومنه: أو $\begin{cases}x^2-3x+2=0\\x=0\end{cases}$ ومنه: $\Delta=1$ وعليه: $x_0=0$ ، $x_1=1$ مرفوض، $x_2=2$

0.25ن

إذا: $P\left(\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-1}=0\right)=P(X=0)+P(X=2)=\frac{2}{56}+\frac{18}{56}=\frac{20}{56}$

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+3x+4$

0.25ن×
2

1. حساب نهايات الدالة g:

$\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}x^3=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x^3=+\infty$

2. دراسة تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

+0.25
0.25

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و: $g'(x)=3x^2+3\succ 0$ ومنه الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

0.25

0.25

3. ح

0.25

من جدول التغيرات نجد:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

- الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{-x^3+2}{x^2+1}$

2×0.25

1. حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x^3}{x^2}=\lim_{x\to-\infty}-x=+\infty \quad ، \quad \lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{-x^3}{x^2}=\lim_{x\to+\infty}-x=-\infty$$

2. أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{-xg(x)}{\left(x^2+1\right)^2}$.

الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها و:

0.25ن

$$f'(x)=\frac{-3x^2\left(x^2+1\right)-2x\left(-x^3+2\right)}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{-3x^4-3x^2+2x^4-4x}{\left(x^2+1\right)^2}$$

0.25ن

ومنه:

$$f'(x)=\frac{-x^4-3x^2-4x}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{-x\left(x^3+3x+4\right)}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{-xg(x)}{\left(x^2+1\right)^2}$$

ب- استنتاج اتجاه تغير الدالة f على مجموعة تعريفها :

لدينا: إشارة $f'(x)$ من إشارة $-xg(x)$ ومنه:

0.5ن

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$-x$	$+$		$+$		0	$-$	
$g(x)$	$-$	0	$+$			$+$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0		$-$	

0.25ن

إذا: الدالة f متناقصة على المجالين $]-\infty;-1[$ و $]0;+\infty[$ ومتزايدة على المجال $[-1;0]$

جدول تغيرات الدالة f :

0.25ن

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$3/2$	↗	2	↘	$-\infty$

3. أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=-x+\dfrac{x+2}{x^2+1}$.

0.25ن

$$-x+\frac{x+2}{x^2+1}=\frac{-x\left(x^2+1\right)+x+2}{x^2+1}=\frac{-x^3-x+x+2}{x^2+1}=\frac{-x^3+2}{x^2+1}=f(x)$$

ب- أثبت أن $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب تعيين معادلته.

0.5ن

لدينا: $\dfrac{1}{-}=0$ $\quad\dfrac{x}{\quad}$ $\quad\dfrac{x+2}{\quad}$

ث- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

دراسة إشارة الفرق: $f(x)-y=\dfrac{x+2}{x^2+1}$

إشارة الفرق $f(x)-y$ من إشارة البسط ومنه:

0.5ن

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)-y$	-	0	+
الوضع النسبي	تحت (C_f) (Δ)	تقاطع	فوق (C_f) (Δ)

4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين موازيين للمستقيم (Δ). **0.25ن**

$f'(x)=-1$ تكافئ: $\dfrac{-x^4-3x^2-4x}{(x^2+1)^2}=-1$ ومنه : $\dfrac{-x^4-3x^2-4x}{(x^2+1)^2}+1=0$ **0.25ن**

ومنه: $\dfrac{-x^4-3x^2-4x+x^4+2x^2+1}{(x^2+1)^2}=0$ ومنه: $\dfrac{-x^2-4x+1}{(x^2+1)^2}=0$ تكافئ: $-x^2-4x+1=0$

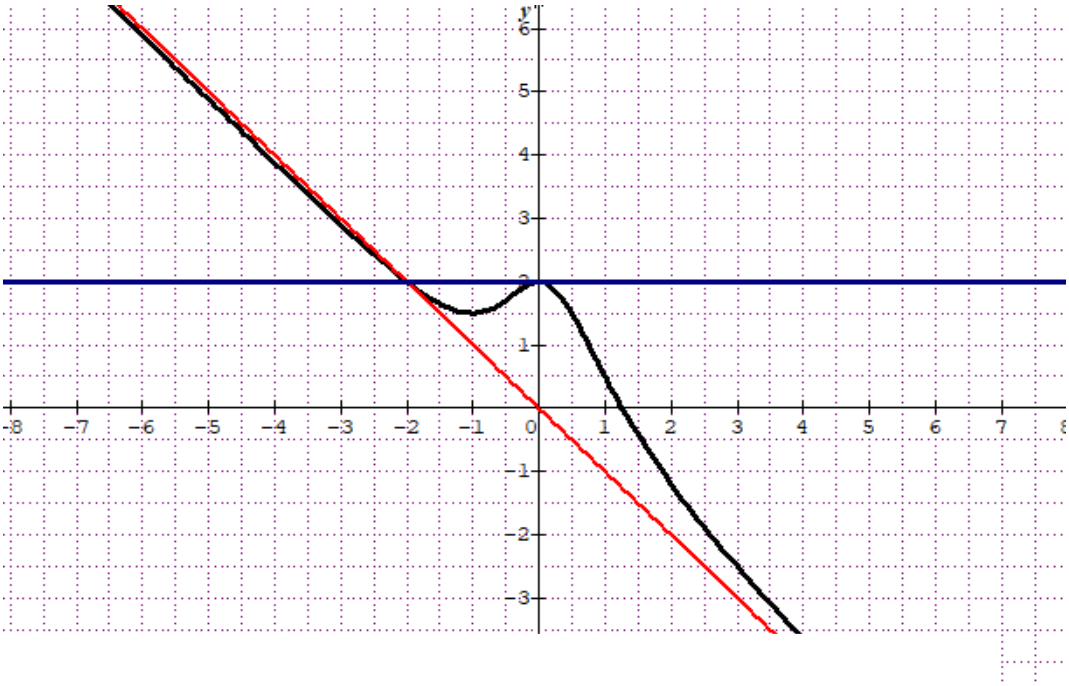
ومنه: $\Delta=20$ إذا: $x_1=\sqrt{5}-2$ ، $x_2=-2-\sqrt{5}$ **0.25ن**

ومنه: (C_f) يقبل مماسين موازيين للمستقيم (Δ) عند النقطتين ذات الفاصلتين $x_1=\sqrt{5}-2$ و $x_2=-2-\sqrt{5}$ على الترتيب. **0.5ن**

5. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ ومنه : $y=f'(0)(x-0)+f(0)$ ومنه: $y=2$

6. رسم المماس (T) والمنحنى (C_f). **0.25** **0.25+** **0.5+**



7. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=m$.

حلول المعادلة $f(x)=m$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ_m) الذي: معادلة له $y=m$.

0.75ن

$m\in\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$: المعادلة تقبل حلا واحد موجبا ، $m=\frac{3}{2}$: المعادلة تقبل حل موجب وحل سالب

$m\in\left]\frac{3}{2};2\right[$: المعادلة تقبل حلين سالب و حل موجب ،

$m=2$: المعادلة تقبل حل معدوم وحل سالب

$m\in]2;+\infty[$ المعادلة تقبل حل واحد سالب.