الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية المسيلة
المستوى: ثالثة ثانوي
الثلاثاء 05 مارس 2024

ثانوية الشهيد حميدي عيسى
الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية
المدة: ساعتان

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

⚠ تجنب الشطب واستعمال المصحح.

☆ التمرين الأول: (06 نقاط)

✍ نعتبر العددان الصحيحان a و b حيث: $a \equiv 33[7]$ و $b \equiv 6[7]$.

① عين باقي القسمة الاقليدية للعدد a على 7.

② إستنتج باقي القسمة الاقليدية للعددين $a+3b$ و a^2-2b على 7.

③ تحقق أن $b \equiv -1[7]$. ثم استنتج باقي القسمة الاقليدية للعددين b^{2024} و b^{1445} على 7.

④ بين أن $A \equiv 0[7]$. حيث: $A = b^{2024} - b^{1445} + 33$.

⑤ عين قيم العدد الطبيعي n الاصغر من أو يساوي 22 بحيث: $(a+b^{2n})^3 + n \equiv 0[7]$.

☆ التمرين الثاني: (06 نقاط)

✍ (u_n) متتالية حسابية أساسها r وحدها الأول u_0 حيث: $u_0 = 2$ و $u_5 + u_2 = 25$.

① بين أن أساسها $r = 3$. ثم إستنتج إتجاه تغيرها.

② اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n. ثم احسب الحد الخامس عشر للمتتالية (u_n).

③ هل العدد 1442 حد من حدود المتتالية (u_n)؟ إذا كان جواب بنعم عين رتبته.

④ احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

⑤ عين قيمة العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $S_n = 187$.

☆ التمرين الثالث: (08 نقاط)

✍ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

① احسب

ب الورقة

② احسب $f'(x)$. ثم ادرس إشارتها. (f' الدالة المشتقة للدالة f).

③ استنتج إتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

④ بين أن منحنى الدالة f يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

⑤ اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$.

⑥ أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x) = (1-x)(x+2)^2$.

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$، ثم استنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات.

⑦ أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) في نفس المعلم السابق.

☆ انتهى الإختبار ☆

يقول حكيم:

" المتواكل هو الشخص الذي يتغنى بأن الصبر هو مفتاح الفرج، ولا يكلف نفسه عناء البحث عن الباب الذي سيستخدم فيه هذا المفتاح لفتحه "

أستاذ المادة: فراحتية المحفوظ

www.dzexo بالتوفيق

الإجابة النموذجية لاختبار الفصل الثاني

حل التمرين الأول:

a و b عددان صحيحان؛ حيث $a \equiv 33[7]$ و $b \equiv 6[7]$

① - تعيين باقي قسمة a على 7:

لدينا $a \equiv 33[7]$ و لدينا $33 \equiv 5[7]$ أي

33	7
28	4
5	

ومنه حسب تقديم نجد $a \equiv 5[7]$

ومنه باقي قسمة a على 7 هو 5.

② - استنتاج باقي قسمة العددين $a+3b$ و a^2-2b على 7.

لدينا $a \equiv 5[7]$ و لدينا $b \equiv 6[7]$ أي $3b \equiv 18[7]$

بالجمع نجد $a+3b \equiv 18+5[7]$ أي $a+3b \equiv 23[7]$ و لدينا

23	7
21	3
2	

أي $23 \equiv 2[7]$ و بالتعدية نجد: $a+3b \equiv 2[7]$

إذن باقي قسمة $a+3b$ على 7 هو 2.

و لدينا $a \equiv 5[7]$ أي $a^2 \equiv 25[7]$ و لدينا $b \equiv 6[7]$ أي $2b \equiv 12[7]$

بالطرح نجد $a^2-2b \equiv 25-12[7]$ أي $a^2-2b \equiv 13[7]$ أي $a^2-2b \equiv 6[7]$

ومنه باقي قسمة a^2-2b على 7 هو 6.

③ - التحقق أن $b \equiv -1[7]$:

لدينا $6 \equiv b[7]$ ومنه $b \equiv 6-7[7]$ أي $b \equiv -1[7]$

استنتاج باقي قسمة b^{2024} على 7:

لدينا: $b \equiv -1[7]$ أي $b^{2024} \equiv (-1)^{2024}[7]$ أي $b^{2024} \equiv 1[7]$

ومنه باقي قسمة b^{2024} على 7 هو 1.

استنتاج باقي قسمة b^{1445} على 7:

لدينا $b \equiv -1[7]$ أي $b^{1445} \equiv (-1)^{1445}[7]$ أي $b^{1445} \equiv -1[7]$ أي $b^{1445} \equiv -1+7[7]$

أي $b^{1445} \equiv 6[7]$. ومنه باقي قسمة b^{1445} على 7 هو 6.

④ - تبيين أن $A \equiv 0[7]$ حيث $A = b^{2024} b^{1445} + 33$

لدينا: $b^{2024} - b^{1445} + 33 \equiv 1 - 6 + 33[7]$ أي $b^{2024} - b^{1445} + 33 \equiv 28[7]$ و لدينا

28	7
28	4
0	

و لدينا $28 \equiv 0[7]$ حسب التعدية نجد $b^{2024} - b^{1445} + 33 \equiv 0[7]$

www.dzexc

⑤ تعيين قيم n الأصغر أو يساوي 22 بحيث : $(a+b^{2n})^3+n\equiv 0[7]$ ---- ⊛

لدينا $a\equiv 5[7]$ و $b\equiv -1[7]$ أي $b^{2n}\equiv (-1)^{2n}[7]$ أي $b^{2n}\equiv 1[7]$

بالجمع نجد $(a+b^{2n})\equiv 6[7]$ أي $(a+b^{2n})^3\equiv 6^3[7]$ أي $(a+b^{2n})^3\equiv 216[7]$

أي $(a+b^{2n})^3\equiv 6[7]$. بالتعويض في ⊛ نجد $6+n\equiv 0[7]$ أي $n\equiv -6[7]$ أي $n\equiv 1[7]$

ومنه $n=7k+1 / k\in\mathbb{N}$. من اجل $k=0$ نجد $n=1$ من اجل $k=1$ نجد $n=8$

من اجل $k=2$ نجد $n=15$ من اجل $k=3$ نجد $n=22$ ومنه $n\in\{1;8;15;22\}$

حل التمرين الثاني:

(u_n) متتالية حسابية حيث $u_0=2$ و $u_5+u_2=25$ ---- ⊛

① تبيين ان أساسها $r=3$.

لدينا $u_n=u_0+nr$ ومنه $u_2=u_0+2r=2+2r$ و $u_5=u_0+5r=2+5r$

بالتعويض في ⊛ نجد $2+5r+2+2r=25$ أي $4+7r=25$ أي $7r=21$

أي $r=\frac{21}{7}=3$. الاستنتاج: بما أن $r>0$ فالمتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

② عبارة الحد العام u_n بدلالة n:

من اجل كل $n\in\mathbb{N}$ نجد $u_n=u_0+nr$ أي $u_n=2+3n$

حساب الحد الخامس عشر:

الحد الخامس عشر دليله p حيث $p-0+1=15$ أي $p=14$

ومنه $u_{14}=2+3(14)=2+42=44$

③ العدد 1442 حد من حدود المتتالية (u_n):

لدينا $u_n=1442$ معناه $2+3n=1442$ أي $3n=1440$ أي $n=\frac{1440}{3}=480$

ومنه 1442 حد من حدود المتتالية (u_n) دليله 480 ورتبته $480-0+1=481$

④ حساب بدلالة

$$S_n=u_0+u_1+\dots+u_n=\frac{n-0+1}{2}(u_0+u_n)$$

$$=\frac{n+1}{2}(2+2+3n)$$

$$=\frac{n+1}{2}(4+3n)$$

⑤ تعيين قيمة n بحيث $S_n=187$:

لدينا $S_n=187$ أي $\frac{(n+1)(4+3n)}{2}=374$ أي $(n+1)(4+3n)=374$ أي $3n^2+7n-370=0$

www.dzexc

ومنه للمعادلة حلان $n_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7-\sqrt{4489}}{2(3)} = \frac{-7-67}{6} = \frac{-74}{6}$ (مرفوض)

$n_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7+\sqrt{4489}}{2(3)} = \frac{-7+67}{6} = \frac{60}{6} = 10$

ومنه قيم n هي $n=10$.

حل التمرين الثالث:

$D_f =]-\infty; +\infty[$. $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$

① حساب النهايات:

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} -x^3 = +\infty$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} -x^3 = -\infty$

② حساب $f'(x)$:

الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث: $f'(x) = -3x^2 - 6x = x(-3x-6)$

دراسة إشارة $f'(x)$:

لدينا $f'(x) = 0$ معناه $x(-3x-6) = 0$ أي $x = 0$ أو $-3x - 6 = 0$

أي $x = 0$ أو $x = -2$

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

③ دراسة إتجاه تغير الدالة f:

الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; -2]$ والمجال $[0; +\infty[$

ومتزايدة تماما على المجال $[-2; 0]$.

جدول تغيرات الدالة f:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(-2) = 0$	↗	$f(0) = 4$	↘	$-\infty$

$f(-2) = -(-2)^3 - 3(-2)^2 + 4 = 0$

$f(0) = -(0)^3 - 3(0)^2 + 4 = 4$

④ تبين أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف:

لدينا $f'(x) = -3x^2 - 6x$. ولدينا f' قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث: $f''(x) = -6x - 6$

ولدينا $f''(x) = 0$ معناه: $-6x - 6 = 0$ أي $-6x = 6$ أي $x = \frac{6}{-6} = -1$

ولدينا $f(-1) = -(-1)^3 - 3(-1)^2 + 4 = 2$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	

ومنه $A(-1; 2)$ نقطة إنعطاف لـ (C_f).

⑤ معادلة المماس (T) عند نقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$:

$(T): y = f'(-1)(x - (-1)) + f(-1)$

$y = 3(x+1) + 2 = 3x + 3 + 2$

$f'(-1) = -3(-1)^2 - 6(-1) = 3$

$f(-1) = -(-1)^3 - 3(-1)^2 + 4 = 2$

www.dzexc

⑥- التحقق أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$; $f(x) = (1-x)(x+2)^2$

من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا

$$(1-x)(x+2)^2 = (1-x)(x^2+4+4x)$$
$$= x^2+4+4x-x^3-4x-4x^2$$
$$= -x^3-3x^2+4$$
$$= f(x)$$

ب- حل المعادلة $f(x) = 0$:

لدينا $f(x) = 0$ معناه $(1-x)(x+2)^2 = 0$ أي $1-x=0$ أو $x+2=0$

أي $x=1$ أو $x=-2$

- نقط تقاطع $(\mathcal{C}_f)$ مع محور الإحداثيات:

- مع محور الفواصل: $y=0$ أي $f(x)=0$ أي $x=1$ و $x=-2$

ومنه $(\mathcal{C}_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطتين $(1,0)$ و $(-2,0)$

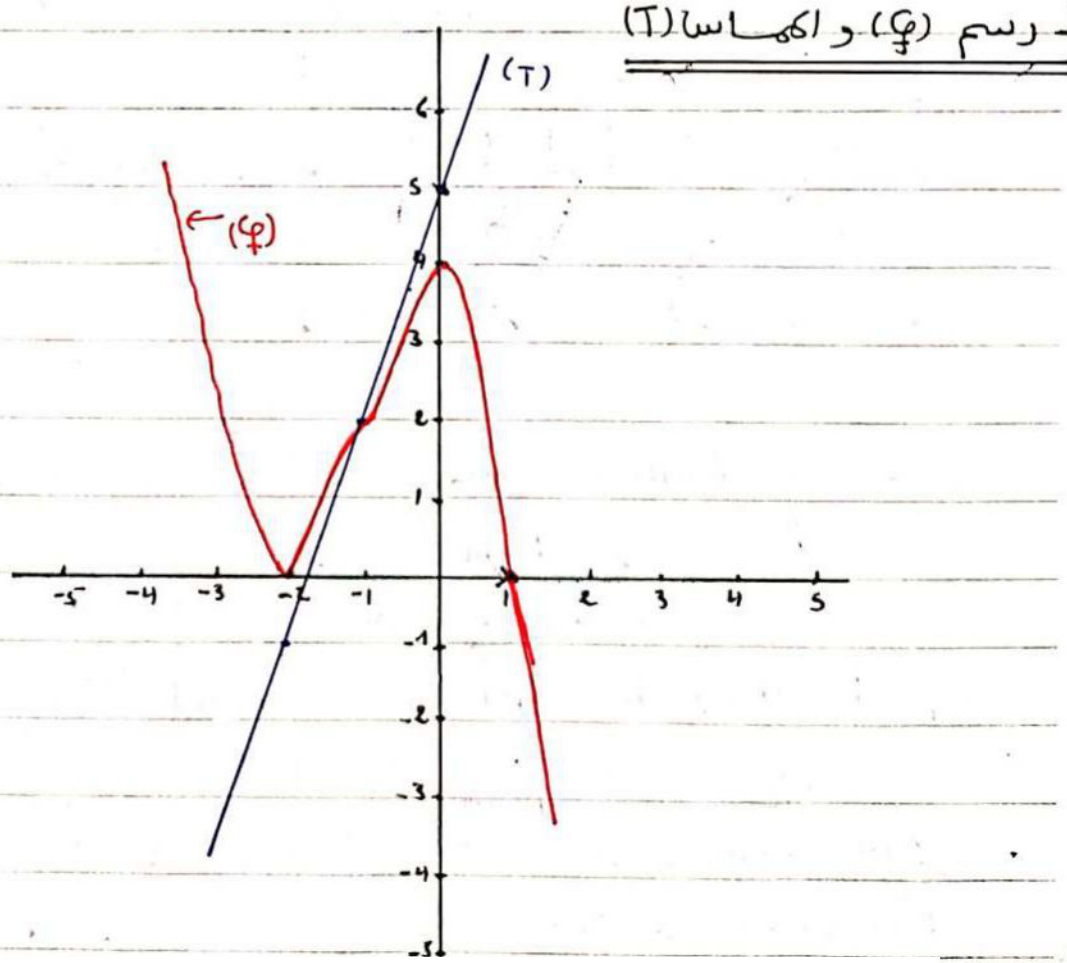
- مع محور التراتيب: $x=0$ ولدينا $f(0) = -(0)^3-3(0)+4 = 4$

ومنه $(\mathcal{C}_f)$ يقطع محور التراتيب في النقطة $(0,4)$

⑦- رسم $(\mathcal{C}_f)$ و المماس (T)

x	0	-1
y	5	2

(T) ; $y = 3x+5$



www.dzexc