الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية برج بوعريريج
امتحان بكالوريا تجريبي — ثانوية الشهيد بلعروسي بن يحي
الشعبة : آداب وفلسفة ، لغات أجنبية — **دورة ماي 2024**
اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: **02** سا و **30** د

على المترشّح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأوّل

التمرين 1: (06 نقاط)

لتكن الأعداد الطبيعية a ، b و c بحيث : $a \equiv 2024[11]$ ، $b \equiv 1445[11]$ و $c \equiv 10^{1954}[11]$

1. عيّن باقي قسمة كلا من a و b على 11 ، وهل العددان a و b متوافقان بتردید 11 ؟ علّل إجابتك .
2. تحقّق أن $10 \equiv -1[11]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد c على 11 .
3. استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من : $a+b+c$ و $3a^2-2b^3$ على 11 .
4. أ) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $c^n + cn \equiv 0[11]$
   ب) استنتج قيمة n بحيث يكون : $1954 \leq n \leq 1962$.

التمرين 2: (06 نقاط)

لتكن (U_n) متتالية هندسية أساسها q موجب تماما ومعرفة على $\mathbb{N}$ بحيث : $U_2 = 20$ و $U_4 = 80$

1. بيّن أن أساس هذه المتتالية هو $q = 2$ و حدها الأول $U_0 = 5$.
2. أكتب عبارة U_n بدلالة n .
3. تحقّق أن : $U_{n+1} - U_n = 5 \times 2^n$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n) .
4. نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المجموع S_n بحيث: $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$
   أ) بيّن أن : $S_n = 5(2^{n+1} - 1)$
   ب) استنتج قيمة n بحيث يكون : $S_n = 635$

التمرين 3: (08 نقاط)

لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$ و $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$
2. أحسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .
3. شكل جدول تغيرات الدالة f .
4. بيّن أن المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل نقطة إنعطاف A يطلب تعيين إحداثياتها .
5. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة A .
6. أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x) = (x+1)(-x^2+4x-4)$
   ب) استنتج احداثيات نقط تقاطع المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ مع حاملي محوري الاحداثيات. (محور الفواصل ، ومحور التراتيب)
7. أنشئ المماس (T) والمنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

الموضوع الثـــاني

التمرين 1: (06 نقاط)

لتكن (U_n) متتالية حسابية حدها الأول U_0 وأساسها r تحقّق : $U_1 + U_2 + U_3 = 72$

1. بيّن أن $U_2 = 24$ ، علما أن $U_0 = 8$ بيّن أن $r = 8$
2. أكتب عبارة U_n بدلالة n واحسب الحد الرابع عشر لهذه المتتالية .
3. بيّن أن العدد 2024 حد من حدود المتتالية (U_n) ثم عيّن رتبته .
4. أحسب المجموع S بحيث : $S = U_{1445} + U_{1446} + \cdots + U_{2024}$

التمرين 2: (06 نقاط)

ليكن $n \in \mathbb{N}$.

1. أدرس تبعا لقيم n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 9 .
2. عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 2021^{1442} على 9 .
3. بيّن أن العدد $(8 - 1691^{1954} + 2021^{1442})$ مضاعف لـ 9 .
4. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $(5^{6n} + 2021^{6n+1} + 1443)$ مضاعف للعدد 9 .
5. عيّن قيم n التي من أجلها يكون $A_n \equiv 0[9]$ بحيث : $A_n = 2021^{1442} + 1691^{1954} + n$.

التمرين 3: (08 نقاط)

لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = \dfrac{-2x-2}{x-1}$ و $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. تحقّق أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f(x) = -2 - \dfrac{4}{x-1}$
2. أ) أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$
   ب) استنتج أن المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة كل منهما .
3. أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f'(x) = \dfrac{4}{(x-1)^2}$
   ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
4. بيّن أن المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسين (T) و (T') معامل توجيههما 1 ، ثم اكتب معادلة كل منهما .
5. أ) عيّن نقطتي تقاطع المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ مع محوري الإحداثيات .
   ب) أرسم كلا من (T) ، (T') والمنحنى $(\mathcal{C}_f)$.